•	۰	۰	•	• •	٠	• •		0	۰	۰		۰	•	۰	•	•	•	• •	0	٠		۰	•	•	•	• •	• •	•	0	•	0		•	•	۰	۰	٠		۰	0
0	0	۰	0	• •	٠	• •	•	۰	۰	٠	۰	۰	•	0	•	•	•	• •	٠	۰	۰	٠	•	•	•	•	• •	•	۰	۰	0	0	٠	0	٠	۰	•	۰	0	•
0	٠	٠			0010	 ^ ~			٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	•	•	•••	٠	٠	۰	٠	٠	٠	•	• •	• •	٠	٠	٠	۰		•	٠	٠	۰	•	٠	۰	۰
	0	•		032	20.10	۰A۲	)   .C	Э.	۰	•		•	•	•	0		•	• •	•	•	0	۰			•	• •	• •	•	•	0	0	0	•	0	۰		•	0	0	•
•	0	•		Ådm	in:	• •	•	0	۰	•		•	•	•	0	•	•	• •	•	•	0	۰	•	•	•	•	• •	•	•	0	0		•	0	۰		•	0	0	•
۰	0	•	۰	- sch	neḋu	ĺεί	lpd	ate	: w	e'll	dс	a	fina	als	re	vie	ŵ i	n cl	lass	8 &	'nс	vve	ùр	'n	ini	pro	bjed	ct d	aÿ	2	0	٠	•	0	۰	٠	•		0	۰
0	۰	٠		• •	۰	• •	•	٠	٠	٠	۰	•	٠	٠	•	•	•	• •	٠	•	۰	٠	٠	•	•	• •	• •	٠	٠	۰	•		•	۰	٠	۰	•	۰	۰	۰
•	۰	۰		Con	• tant:	• •	•	۰	۰	•	•	•	۰	٠	•	•	•	• •	•	•	۰	•	•	•	•	• •	• •	•	۰	۰	۰		•	۰	٠		•	۰	۰	۰
	•	•		Cov	leni. ariar	ICP		•	۰	•		•	•	•	•	•	-	• •	•	•		۰	•	•	•		• •		•	۰	0		•	•	۰	0	•		•	•
•	•	•		000	untur		•	0	۰	•		•	•	•	•	•	•	• •	•	•		۰	•	•	•	• •	• •			•	•		•	•	۰	0	•		•	•
		•		Ċov	orior	-	้เปื้อ	triv	, °		•	*	٠	•		•	•	• •		•	•	۰	•	•	•	• •	• •	*	•	•	•		•	۰	•		•	•	۰	۰
				000	anai	ICE	IVIA		•																															
۰	0	٠	0	,			IVIA		•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	0	۰	۰	0	۰	٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	۰
•	•	•	•	(cov	ariar	ice	an	dc	orr	ela	tio	n a	ire	tig	htly	, v in	ter	twin	ned	, w	e'll	tou	uch	or	1		 	•	-لد مالد	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•
0	0	0	•	(cov	ariar elatio	nce on i	an n th	d c ie r	orr nex	ela t le	tio ess	n a on		tig ple	htly as	/in es	iter ave	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch lest	or tior	า าร เ	unt	il th	nen	, th	anl	ks!)	• • ) •	0	0	0	0	•	•	•	0 0
0	0 0 0	0	0	(cov corre	ariar elatio	nce on i	an n th	d c ie r	orr nex	ela t le	tio ess	n a on	are 	tig ple	htly as	/in es	iter ave	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch Iest	or tior	า าร เ	unt	il th	nen	, th	anl	ks!)	。 。 )。	0	0 0 0	•	•	•	•	0	0
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	(cov corre	ariar elatio	nce on i	an n th	d c ie r	orr nex	ela t le	tio ess	n a on	ure 	tig ple	htly as	∕in es	iter ave	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch Iest	i or tior	า าร เ	unt	il th	ien	, th	anl	ks!)	。 。 。	•	0 0 0	0 0 0	0 0 0	•	0 0 0	0 0 0	•
0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0	(cov	ariar elatio	nce on i	an n th	d c ie r	orr	ela t le	tio ess	n a on	ure 	tig ple	htly as	∕ in e s	ave	twin Ə CC	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch Iest	tior	า าร เ	unt	il th	ien	, th	anl	ks!)	。 。 。 。	•	0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0 0
• • • •	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0	(cov corre	ariar elatic	nce on i	an n th	d c ie r	orr nex	ela t le	tio	n a on	ire 	tig ple	htly as	∕ in e s	ave	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch lest	tior	า าร เ	unt	il th	ien	, th	anl	ks!)	。 。 。 。	0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
0 0 0 0	• • • • •	0 0 0 0	0 0 0 0	(cov corre	ariar elatic	nce on i	an n th	d c ie r	orr	ela t le	tio	n a on		tig ple	htly as	∕in es	ave	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch lest	tior	า าร เ	unt	il th	ien	, th	anl	ks!)	。 。 。 。	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	• • • •	•	0 0 0 0	0 0 0 0 0	• • • •
• • • • •	• • • • •	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	(cov	ariar elatio	nce on i	an n th	d c ie r	orr	ela t le	tio	n a on	ire 	tig ple	htly	y in e s	ave	twin e co	ned	, w lati	e'll ion	toı qu	uch lest	tior	า าร เ	unt	il th	ien	, th	anl	ks!)	。 。 。 。	•		• • • •	• • • • •	•	•	0 0 0 0 0 0	• • • •
•	• • • • •	• • • • •	0 0 0 0 0	(cov corre	ariar elatic	nce on i	an n th	d c ie r	orr	ela t le	tio ess	n a on	 	tig ple	htly as	∕ in e s	Iter	twin e co	ned orre	, w lati	e'll ion	toı qu	uch	tior	า าร เ	unt	il th	1en	, th	anl	ks!)	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	• • • •	• • • • •	• • • • • • •	•	•	• • • • • •





• •		·       ·	
• •	WE NEED A WAY OF Q.	JULIA	
0 0 0 0 0 0	HON (BODY_NASS) VARIES WIT	ry (FLIPPER-LENDTY)	
• •	( Covar ianc	$\epsilon$	
• •			

•	Covariance: Inuition (How two values vary together)	•
•	The behavior between any two values x and y can be summarized in one of the three ways:	•
•	1. as x gets larger y typically gets larger too	•
•	- ex. - `x=temp on some day` - `y=number of people on the beach on the same day`	•
•	- covariance & correlation is positive 2. as x gets larger y typically doesn't get larger or smaller	•
0	- ex: - `x=individual's favorite number`	•
•	<ul> <li>`y=number of hot dogs that individual has eaten in their lifetime`</li> <li>covariance &amp; correlation is zero</li> </ul>	•
0	3. as x gets larger, y typically gets more negative - ex:	0
•	<ul> <li>- x=average speed of driver on 10 mile commute`</li> <li>- `x=average commute time of driver on 10 mile commute`</li> </ul>	•
۰	- covariance & correlation are negative	٠
•		•
•		٠
•		•

-



•	۰	•	•	۰	•	0	0	٠	•	•	r		•	•	0	۰	0	•			۰	۰	0		۰	۰	٠	•	•	•	•	•				•	•	٠	٠	•	۰	٠	0	٠	•
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠		•	•	•	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	•	•	•	• •			•	•	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰
۰	۰		۰	٠	۰	0	0	•	۰	۰	-		•	٠	•	۰	0	•	٠	۰	۰	۰	0		۰	۰	٠		•	•	•	•	•	• •		•	•	٠		0	۰	٠	•	۰	۰
۰	0	0		٠		٠	0	Λ	•	۰		0	•	٠	•	۰	ċ		•		0	•	0			0							•			•	٠	٠	٠	۰	۰	٠	•	•	۰
•	۰	0	•	۰	۰	•	0	÷	۲.	•		5	0 1	.~	T	۰	-	7-1	5	ζ.	<b>R</b> 4	0	57	10		•	0				0	0	•	•		•	•	٠		۰	۰	٠	0	•	۰
۰	٠	٠	•		•	۰	۰	•	0				•	•	•	۰	۰	۰			•	۰	•	•	•	۰	۰		•	•	•	•	• •			•	٠	٠	*	٠	۰	٠	•	٠	۰
٠	۰	۰	•	٠	۰	٠	۰	٠	•	Ŋ	N	Ά,	n	,ċo		N	<b>D</b> ;	Ľ	٠	L	3	5	66	211	3	57	(0		•	•	•	•	• •	• •	•	•	•	٠	٠	۰	۰	٠	•	٠	۰
•	٠	۰	٠	۰	٠	0	0	٠	•	•		0	•	•	•	0	0	٠	۰	•	•	•	0	۰	•	۰	•	٠	٠	•	•	•	•	• •	4	•	•	۰		0	•	٠	۰	0	0
•	۰	0	•		•	•	0	•	•	•			•	•	0	۰	0			•	•	•	0	•	•	0	•		•	•	•						•	•		0	•	•	•	•	•
•	0	۰	•		0	•	۰	•	•			Þ	•	•	•	۰	۰	0	•		0	0	•	۰	0	0	۰	۰	0	•	•	•	• •			•	•	•		۰	•	•	0	۰	0
•	۰	•	•	•	•	٠	0	•	•	۰		•	•	•	•	۰	0	•	•	•	۰	•	0	•	۰	۰	۰	•	•	•	•	•	• •	• •		•	•	•	•	•	•	•	•	۰	۰
		•						-	7.		•					-		<u>.</u>		2		Ċ	۲.		Ń	Ŋ	N	H		7			7												
							0		(	10	27	<u>اک</u>	-					<u> </u>		C .	<u> </u>				-																				
	•								•					. 0	•							1.00		e.		6	A	nd		. <	_	2	6				•								
	٠	•			•	•	•			Ų	<b>۲</b>	57	<b>, (1</b>		<u>.</u>		. 0	••	?					-	•	•			•	•										•			•		
•	•					•				•	Λ.	۰۸			•	•	• 7	(			٠	•			•	•	•			•	•	•				•	•			•			0	•	•
	۰					0	0	٠		•	•	J١	A	<b>1</b>	Ģ	. N	<b>)</b> r		1	-	•		0		•	-			•	•			•		1	•	•	• •		J					•
	0		0			•	0	٠			1	0	•		•	۰		•		5	•	0	0	*	7 •	て	0	Ś	0	. Ve	)0	•	. 7	<u>۲</u>	۲.	•	. V	. 4		٦				•	•
•	٠	0	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	۰	(	•	•	•	٠	۰	•	•	٠		۰	۰	٠		٠	٠	۰		•	. –			_		_	<b>.</b>	-	7		٠	٠	٠	•	٠	۰
٠	٠	٠	•	٠	٠	٠		٠	٠	٠	4	•	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠		٠	٠	٠	٠	٠	•	•	0/	6	5	74	E	۶C	- (		1	٠	٠	•	٠	٠	٠
۰	۰	0		٠	٠	0	0	٠	۰	•	·	•	٠	•	0	۰	0		٠	۰	۰	۰	0		•	•	۰	٠	•	•	•	•	۱.		, (	C	2		•	•	۰	٠			•

•

Observations of x, y must be paired for a joint of	distribution / co	ovariance to be de	fined.		
1. on the same **day**, we observe temp (x) &	beach popula	ation (y)			0 0 0 0 0 0
3 on the same **driver** we observe speed (	x) & commute 1	time (v)	· (y)		
If we don't observe the data in pairs, correlation	n / covariance	is not defined.		• • • •	
- `x=an individual's favorite number`			0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0
- `y=the temperature on a given day`				• • • •	
x is observed per individual			• • • •	• • • •	
y is observed per day			0 0 0 0	0 0 0 0	
there isn't a way to "pair" every x with a y!		0 0 0 0 0 0			0 0 0 0 0 0
					0 0 0 0 0
			0 0 0 0	0 0 0 0	
			• • • •	• • • •	
				• • • •	0 0 0 0 0 0

щ	w Do	$\Omega.V.$ X AN	D Y VARY TOGETHER?
0×4 = 00	v(x,y)=	E[(X-E[X	J)(1-E[1])]
	· · · · · · ·		LOCAN BE NEGATIVE
Note:	JAQ(x	)= E[(x-E[x]	$\left  - \int A \Omega(x) = O_x^{2} \right $
• • • • • • •	· · · · · · ·		A CHIANS MENT ALEGATINE





SAMPLE COVARIANCE (ESTIMATING COV)	
$\hat{\mathcal{O}}_{XY} = \mathcal{O}_{Y}(X,Y) = \mathcal{E}\left[(X - \mathcal{E}[X])(Y - $	
$\widehat{G}_{XY}^{a} = \underbrace{1}_{XY} \underbrace{Z}_{YY} \left( X - \overline{X} \right) \left( Y - \overline{Y} \right)$	GROUND TRUTH (REQUIRES
ESTIMATOR	
BESSEL -D UNRIASED	

In C	lass Assig	nment 1:		, J 	1	٤	(×	;- ;7	<i>ڌ</i>	( Y	;-5	7 ) 7		0	• •		0	• •	0	0 0	
Con its s	npute the s ign.	sample cov	variance fi	om the x	(,y samp	oles giv	/en be	olow.	Write	e one	sen	tend	e w	hich	inte	erpr	ets	• •	•	• •	
• •	• • • • •	• • • •		<b>v</b>		• • •	• •	• •	• •	• •	• •	•	• •	0	• •		0	• •	0	• •	
• •	X	33	4 5		= 10		• •	• •	• •	• •	• •	•	• •	0	• •	• •	0	• •	•	• •	
0 0 0 0				/ `} ⊱` ★=			• •	• •	0 0 0 0	• •	• •	0	• •	0	• •		0	• •	0	• •	
A 3	=	- WE	observ	= \	• • •		• •	• •	• •	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	
04	1 T						· · ·		· ·	• •			<u> </u>		• •		· · ./	• •	•	. –	7
	5-1	(1-3)	(1-10)	+	-3)(4	1-10)	<b>+</b> (	3-3	)( ۹	51 ~.	)+	( 4	-3	)([	6-1	0)	*('	5-3	)(	)0~10	)
0 0		• • • •	• • • •		• • •	o o o	• •	· ·	o o	• •	· · ·	0	• •	0	م ک	$\mathbf{N}$	•	••••		· · · ·	
				•	/		-			_			<b>4</b>								

In Class Assignment 1: Compute the sample covariance from the x,y samples given below. Write one sentence which interprets its sign.  $\hat{G}_{xy} = \frac{1}{N \cdot 1} \leq (x; -\bar{x})(y; -\bar{y}) \qquad \frac{x|6|5|5|4|}{y|1|3|3|} \quad \bar{y} = 3$  $= \frac{1}{4-1} \left[ (6-5)(1-3) + (5-5)(3-3) + (5-5)(3-3) + (4-5)(3-3) \right]$  $+ 0 + 0 + -1 = -\frac{3}{3}$  $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}} \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}} \right)$ 

م الم	
- COV = - LAROEN	6554
	1 10 0 51
$\begin{vmatrix} 6 \\ 5 \\ \end{vmatrix}$	WITH NEOUNDA
4 -	5 6
	$\frac{1}{3}$

Anatomy of a covariance matrix:	
Given a vector of random variables, we can describe the a covariance matrix:	covariance of every pair of variables with
$\Gamma_{\mathcal{L}}$	(Cov (X. X.) Cov (X. X.)
$\overline{X} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}  \overline{Z} = \overline{Z}$	$Cov(X_1 X_0)$ $Cov(X_1 X_1)$
$\uparrow$	TVAR(X
VECTOR OF RANDOM COU MATRIX	DIAGONAL TELLS US HOW FAR EACH SAMPLE IS FROM MEAN
VARIABLES (NOT SOMMATION) _	- COJ MATRICES ARE
	Symmetric

. . . . . . .

.

OBSERVATION 1 CON(XX) = NAR(X)	• •	• •	• •	• •	•	•	•
COV(XX) = E[(X - E[X])(X - E[X])]	• •		• • • • •		•	•	•
$= E\left[\left(\chi - E\left[\chi\right]\right)^{2}\right] = \sqrt{AR(\chi)}$			• • • • • •	• • • • • •	0	•	0
	• •		• •	• •	•	•	•
(makes sense why we call it "co"-variance, right?)	• •		• •	• •	0	•	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• •	•	• •	• •	0	•	•

OBSERVATION 2 Cov(xy) = cov(yx) $Col(xy) = E\left[(x - E[x])(y - E[y])\right]$  $= \mathcal{E}\left[\left(Y - \mathcal{E}[x]\right)\left(X - \mathcal{E}[x]\right)\right] = \mathcal{C} \circ \mathcal{I}(Y \times \mathcal{I})$ 

0	٠	٠	۰	۰	۰	٠	۰	٠	٠	۰	٠	۰		٠	۰	٠	٠	٠	۰	0	0	٠	٠	•	•	٠	•	• •	•	•	•		٠	•	٠	٠	۰	0	0		•	•	۰
•	۰	٠	۰	•	0	٠	0	٠	•	۰	۰	٠	0	۰	0	۰	٠	٠	•	•	0	٠	٠	0	٠	۰	•	•	• •	4	Ń	٠	٠	0	•	٠	۰	0	0	۰	٠	•	۰
۰	۰	٠	۰	•	0	۰	0	٠	•	۰	۰	•	0	۰	•	۰	٠	•	۰	۰	0	٠	٠	۰	٠	۰	•	• •	• •	1	•	•	•	0	۰	٠	۰	0	0	•	٠	۰	۰
•	•	0	0	•	0	0	0	۰		0	۰	•		•	0	0	-	7	•	0	0	•	•	۰	۰	0	•	• •	• •	ľ			0	0			0	0	0	•	۰	0	0
	•	•	•		•	•		•	•	•	5	Ċ	Ċ	Ż		•	•			•	•	•		•	•	•		• •			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•		4	Ż	2		-				( 1	0		Э				•	•			•	•								•	•			•	•	•		•	•	•
	•			•									•		•	•				•	•									•								•				•	•
•	•				0	0	0						2	-		. [		-		•					•	•					. (	).		2									
	0	•	0	•	0	0	0	•	0	0		0	S			•		•		-	0	•	•	0	0	0	•	•		4	0		C		0	Q		0	0	0		0	•
			•		•		0			•	-	•	•	•	•	•			.)	•		•		•	•		•	. <	).			<u>.</u>	Ċ	)			•	•	•		•	•	•
																			_										-											_			
0	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	۰	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠				٠	٠		٠	٠	•	•	0		0	_					•	٠	٠	٠	•	X	6	٠	٠
0	•	0	•	•	0	0	0	•	0	0	0	•	•	0	•	•	•		•	•	•		0	0	0		0		0	3				•	0	•	•	0	0	7	0	•	•
0	•	0 0	0	•	0	0	0	•	0	0	0	•	•	•	•	0	•	•	•	0	0		0	0	0	Đ ට	0	. 9	0	3	•	•	•	•	0	0	•	0	•	× 	0	•	0
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0	•	0 0 0	0	0 0 0	•	0 0 0	0	0	0 0 0	0	0	0	0	•	•	•	0 0 0	0	•	0	0	0	Đ Đ	0	3	0	0	0	•	•	0	0	0	0	0	0	×.		0 0 0	0 0 0
•	•	•	•	•	0	0	0	•	•	0	•	0 0 0	•	•	0	0	•	•	•	•	0		•	0	•	0 0	0	3		0	•	•	•	•	•	0	•	0	•	×	<u>, , , , , , , , , , , , , , , , , , , </u>	•	0 0 0
•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	•	•	•	•	•	0 0 0 0	•	•	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	0	•		<u>0</u>	3		3	•	•	•	•	•	0	0	0	•	× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	<u> </u>	0 0 0 0	• • • •
0 0 0 0 0	•	•	0 0 0 0	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	• • • • •	• • • •	0 0 0 0 0	•	•	• • • •	•	•	•	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	• •	<u>0</u>	3		<b>C</b>	•	•	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0	•	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0			0 0 0 0	0 0 0 0
0 0 0 0 0	•	•	•	•	•	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	•	•	•	•	•	•	• • • • • • • • • •	•	• • • • • • • • •	• • • • • •	• • • • •	•	• • • •	• • • • • • • • •		•	0 0 0 0 0 0	•		0	3		<b>C</b>	•	•	•	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	• • • • • • •			•	0 0 0 0
•	•	• • • • • • •	•	•	•	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • •	• • • •	•	•	• • • •	•	•	•	•	•	•	•	• • • • • • •	• • • • • • • • •	• • • • • •	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0 0		<b>0</b>	3		<b>C</b>		•	•	•	。 。 。 。	•	•	0 0 0 0	• • • •	× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		• • • • • •	• • • •

•	٠	0	0		٠	۰	•	0	0		۰	۰	٠	٠	۰	۰	0	0	0	۰	۰	•	0	۰	٠	٠	۰	0	0	0	•	•	0	٠	0	۰	0	٠	۰	٠	•	•	•	0
•	٠	٠	0	٠	*	٠	•	•	•	٠	۰		*	٠	٠	٠		٠	٠	٠	•		۰	۰	۰	•	•	•	٠	۰	0	•	٠	٠		٠	•	٠	۰	۰	•	•	۰	٠
	٠	٠	•	٠	٠	۰	•	٠	•	٠	•		*	٠	٠	٠		٠	٠	۰	•		۰	۰	۰	•	-	1	٠	۰	0		٠	۰		٠	۰	٠	۰	•	•	•	۰	٠
	•	•	•				•	•	•	۰	0				0					0				۰	•		-/		٠	•	•			0			•		0		•	•	•	٠
	•	•	•	•		۰	•	•	•	۰	•	•	۰	0	۰	۰	۰			0	•	-	•	۰	۰	-	4	•	۰	•	•			0	۰		•	0	0	•	-	•	•	۰
٠	٠	•	٠	٠	٠	۰	٠		•	-	•	۰	٠	٠	۰	۰	1			•	•			•	•	. 1			۰	•	۰	٠		۰	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰
٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	•				•	٠	•		٠	٠	ŀ	• •		10	k	$\Delta$		•	•	ſ.		7	٠	۰	۰	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠
٠	۰	۰	۰		*	٠	۰				٠	•	•	ŗ	٠	٠		٠	Ψ. Τ			ره	•	C	24 (	[X	<b>~</b> G	X	۰	۰	۰	•	0	٠	۰	*	۰	٠	٠	٠	•	۰	٠	0
	۰	0	•	0	۰	0	۰			0	0	۰	۰	۰	۰	۰		•	•	•	•	-	•	•	۰	•	• •	4	0	0	•		0	۰	0	۰		۰	۰	۰	۰	•	•	0
•		•	•			۰	•	0	•		•	•		•	۰	۰	ŀ	Ċ		il	•••			•	-			-	•	0	•		0	۰	0	٠	•	•	•	•	•	•	0	0
۰	٠	0	۰	۰	٠	۰	•	0	0	۰	۰	٠	٠	٠	۰	•	•	C	ים	۲L	6	T.	1	1	<b>A</b> 0	1	$\mathbf{X}$	Y	•	0	•	•	0	۰	0	۰	0	٠	۰	٠	۰	•	۰	0
۰	•	•	•		٠	۰	•	0	•		٠	٠	•	٠	۰	•	K	0	•	•	•		•		14	-			·	0	•	•	0	۰	0	٠	•	۰	۰	•	•	۰	٠	0
		0				0	•	•			•			٠	۰	0	0			0		•		•	•	•	•		J	0	0		0	•	0	٠		۰	•	•	•		۰	0
•	•	•	0			•	•	•	0		•			۰	۰	•	0			0	۰	•	•	۰	•	•	0	0	0	•	0	•	0	۰	0			•	0	•	•	0	•	0
		•	0	۰		۰	•	•	0	٠	•	۰		٠	۰	۰	0			۰	۰	•	•	•	•	•	•	0	۰	•	0	•		۰		٠			•	•	•		•	•
•	•	•	0	٠	٠	٠	•	•	•	٠	۰	٠	*	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		•	۰	۰	۰	•	•	٠	٠	0	•	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	۰	•	•	۰	۰
	•	0	0	•	۰	•	•	0	0	۰		•	•	٠	۰	۰	0			۰	•	•	0	۰	۰	۰	•	0	0	0	0		0	۰	0	٠		۰	۰	۰	•		•	•
		0	0			0	•		0		•			٠	•	0	0			0		•	0	•	•	•	•	0	0	0	0	•	0	0	0	۰			0	•	•	0	۰	0
•	•	•	0			۰	•	•	0		•			۰	۰	۰	0			•	•	•	•	۰	•	•	•	0	0	•	0	•	0	۰	0				•	•	•	0	•	0
	۰	•	•	•		۰	•	•	•	٠	۰	•	•	٠	۰	۰	0	۰	•	۰	•		•	۰	۰	۰	•	•	۰	•	0	٠	•	۰	0	٠	•	•	۰	۰	٠	•	۰	۰
۰	٠	٠	0	٠	٠	٠	۰	۰	0	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		٠	۰	۰	٠	۰	•	٠	۰	0	٠	٠	٠	٠	٠	0	٠	٠	۰	۰	۰	۰	۰
•	٠	•	•	•		۰		•		•	•			•	•	•				٠				•	•		•	•	۰	•	•		•	•				•	•	•	•		•	•

0	Ì	In Class Assignment 2: Covariance Matc													M	atc	hir	nġ	•	0	•	10	$\Sigma_a$	10	$\Sigma_b$	10		$\Sigma_c$	
0	ľ	Ma <sup>.</sup> ass	tch oci	ea iate	ιch ∋d	SC COV	att var	er iar	plo nce	oto e be	on t elo	he w.	riç	ght	wi	th	its	0	0	•	•	5	de-	5	1	5	5	har.	
•	0	۰	۰		0	0	•	•	•	0	۰	۰	•	۰	0	۰	0	0	0	0	۰	0		0	<b>M</b> .	(	)		
•	٠	•	•		0	0	٠	٠	•	٠	٠	0	٠	•	٠	٠	•	۰	0	۰	•	-5	•••••	-5	9	-5	5	Źc	•
٠	۰	۰	۰		0	۰	۰	۰	۰	•	•	•	•	۰	•	۰	0	0	0	0	•	10	63	10	<u> </u>	10 10	) 		10
۰		۰	•		۰	•	•	•		۰	۰	۰	٠	۰	۰	•	•	•	•	•		10	0 -10	10	0	10	10	0	10
0	0	0			0	•	0			0	۰	۰	•	۰	0	0	0	0	0	0	•		$\Sigma_d$		$\Sigma_e$			$\Sigma_f$	
•	0	۰	•		0	0	•		•	0	۰		•	•	0	•	0	0	0	0	•	10		10		10	)		
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۰	•	•	•	•	•	•	5		5				~	
	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•				•	•	•	•	•	•	•	5		5	S of the Days	•			•
																						0		0		(	)	205	
																						-5		-5	4	-5		- 4	•
		•				•					•				•					•	•	10	2 10	10	$\leq_0$	10 10	)	<u> </u>	Ч.
•		•			•	•				•	•				•		0	0	•	0		-1	<b>d</b> 10	-10	0	10	-10	0	10
		۰									•								0										
		۰				0					•			•	•						•			1	[2 -13]	1	[2 0]		
•		٠	•			•				•	•				•		0	0		0	•		$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	$], \mathbb{Z}_1 =$	$\begin{bmatrix} -1.3 & 2 \end{bmatrix}$	, $\Sigma_2 =$		)	
	•	٠	•	•	•	•				•	•	•		•	٠	•	•	٠	٠	٠	•		$\nabla = \begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix}$	] <b>v</b> -	4 1	2	-1.7		
•		0			•	0				•	•	•		•	٠		•		•	۰			$\int 3^{3} - \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix}$	$], f^4 =$	$\begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix}$	-1.7	2	,	

۰	•	•	•	•		۰	0	0	0	0	0		•		•	۰	•	•		0	۰	•	•	۰	•	•	•		•	•	•	•	•	0	0	0	•	•	•	•	•	0	•	•
٠	- (	CA	3	(if t	tim	e)	Inte	erp	ret	tin	g a	a co	ova	iria	in	ce i	ma	trix	<b>(</b>	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	۰	٠	•	٠	٠	٠	٠
۰	Т	he		งงล	Iria	nc	e n	nat	trix	to.	the	- - ri	αh.	t da	es.	crit	าคร	• • •	° NV2	aria	Inc	es	be	•tw	66	n f	വ്വ	r ne	eno	111	, n f	eat	• tur	es.	٠	•	•	٠	0	•	•	٠	•	۰
•	•			, <b>1</b> .0	a		0.11	inai		10			9		00			5 0.							00		o.u	· P`	511	<b>9</b> 01		uu		00.	0	0	•	•	•	•	•	0	•	0
•	1	. V	Vhi	cĥ	pe	ng	uir	n fe	atı	ure	va	arie	es t	he	'n	ios	t?	(Ċ	an	yo	u c	on	npa	are	a	cro	ss	un	itsʻ	?)	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•
-	2	. C	àive	e a	nii	ntu	itio	n f	or	wh	nat	the	∋ -7	48	3 îs	s sa	ayi	ng	in	the	m	atr	ΊX,	do	es	th	is r	na	ke	se	nse	e to	y y	ou	?	-	-	-	-	-		-	-	-
U	Ŭ	Ū			Ū	Ū						Ū		Ū		Ū	Ū		Ū	Ū				Ū	Ū		Ū		Ū	Ū	Ū				Ū		Ū	Ū					Ū	Ŭ
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•							bil	l_le	ngth	n_mi	m	bill_	dep	th_n	nm	flip	per	len	gth	_mn	1 I	ody	/_m	ass_	g		•	•	•	•
•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•		I	bill_	len	gth_	mm		2	29.9	0633	3		-2.	4620	)91			50	0.05	8195	5	259	95.6	2330	4		•	•	•	•
																	bill	de	oth_	mm			-2.4	6209	1		3.	8778	888			-19	5.94	7248	3	-74	18.4	5612	2					
																flip	per_	leng	gth_	mm		5	50.0	5819	5		-15.	9472	248			19	5.44	1677	7	985	52.1	9164	9					
					0												bo	dv	mas	s a		259	95.6	2330	)4	2	748.	4561	22			9852	2.19	1649	6	4837	72.4	8769	9					
						•									Į	-			-	9	_					_				-	_	_								-			•	
		•									•									•					•					•				•	•				•	•		•	•	
•	•	•	•	•		•				•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•		•	•	•		•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•		•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۰	۰	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
٠	٠	0	•	•	۰	۰	•		•	۰	۰	•	•	۰	٠	٠	۰	•	۰	۰	•	•	•	•	۰	•	•	۰	۰	•	•	•	۰	۰	۰	•	•	•	•	•	•	•	۰	٠
٠	۰		•	•			۰		•	۰	۰			•		•	•	•		۰			۰		۰			٠	۰	۰		•	۰	•	۰	٠	•	•	•	•	•	٠	۰	۰

•	0	•	0	•		(		•		•			•	•	0	•	•	•	0	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
0	0	0	0	•		•	0	0		•	•	۰	•	0	•	0	0		0	۰	۰	•	•	•	۰	•		•	•	۰	0	•	•	0	0	0	0	0	۰	۰	۰	•	•	۰
•	۰	0		0	٠	٠	۰	•	٠	٠	•	1				0	0	۰			۰	٠	۰	۰	•	•		٠	٠	٠	•	•	•	0	0	•	0	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰
•	•	•	•	•	•	•	. 1	Ĺ	Δ	Ô	1	~	/! /!		\`.		•	Ċ	0	•		F	Â	0	/	Ŷ	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•			0	•		Ņ	7	Ľ	-(	./				•	0			0		<b>v</b> '	• (		$\boldsymbol{\zeta}$		`.)	•	0	0	•		•	•	•		•		۰	•	٠		0	0
۰	۰	۰	۰	۰	0	۰	۰	۰	•	۰			۰	•		۰	۰	۰		۰	0	۰	۰	۰	0	۰	/	•	0	0	۰	۰	•	۰	۰	۰	۰	۰	۰	•	۰	0	۰	۰
•	•	•	٠	•	٠	٠	0	•	٠	٠	۰	۰	0	0	٠	۰	•	۰	•	٠	۰	٠	۰	۰	۰	۰	•	٠	٠	٠	•	۰	•	۰	۰	•	•	0	۰	۰	٠	۰	۰	۰
۰	۰	۰	•	•	•	•	0	•	٠	٠	۰	٠	•	•	٠	۰	۰	۰	۰	•	٠	۰	•	۰	•	۰	•	•	•	•	•	•	•	۰	۰	•	•	۰	٠	٠	•	•	۰	۰
•	•	•	•	•	٠	۰	0	•	•	۰	۰	•		•	۰	۰	•		•	٠	•	•	۰	۰	٠	۰	•	•	•	۰	•	•	٠	•	•	•	•	۰	۰	۰	•	•	•	۰
•	•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	0	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•				•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•			•	•	•			•	•	•	•	•	•			•	•	•
																									•				•	•														
	0	0					0				0		0	0			0								•	0				•	0			0			0	0						
		•					0					•									•			•	•			•	•	•	•								•	•				•
•	•	•			•	•	•				•	•	•		•	•	•		•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		•	•	•	•			•	•
	•	•		0	•		0	0			0	•	0	0		0	0	0	0	•	•	•	•	•	۰	0		•	•	•	0			0	0	0	0	0	0	•			•	0

Use these scatters to validate your thinking on ICA 3.

Try to form your intuition for the cov matrix alone, before using these plots.

•	•	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	0
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	0
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	



	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•			•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0	0
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•