•	•	•	•			•	•	•	•	•	• •	•	•	•		•	۰	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•
•	•	•	C N	S2810 Day 1 Iar 2	3	•	•	•	•	•	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•
•	•	•	ິດ	uiz Friday: Pr - recorded	of Higge	r R	eci	tati	on	sty	le r	evie	эŵ	we	eds	; @	2p	m	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	) 0 ) 0	0	0
۰	۰	•	٠	· · · will build	example	es∘fi	ron	np	opu	Ilar	top	oics	i, se	ee	pia	lZZ	a p	os	t∙	٠	•	۰	•	٠	•	٠	•	•	•	٠	•	• •	•	٠	۰
•	•	•	J	oint Distributio	on	•	•	•	•	•	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•
•	•	•	. N Ir	larginalization dependence	<u>.</u>	•	•	•	•	•	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	, .	•	•
				61 N																															
			Ľ	aw of Large N	umpers																														
	•	0	. P	oisson Distrik	oution .			•	0	•	• •	•	•	•			0	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	0
٠	٠	٠	B	inomial Distri	bution	٠	٠	٠	٠	•	•••	٠	٠	•	٠	٠	۰	٠	•	•	•	٠	٠	•	•	•	•	٠	•	•	•			٠	۰
•	0	۰	٠	• • • • •		•	•	٠	•	•	• •	٠	•	•	•	۰	٠	٠	•	•	•	•	٠	٠	٠	•	•	۰	•	٠	•	• •	•	٠	۰
0	۰	۰	۰	• • • • •				۰	0	•	• •	۰	0	•		•	۰				۰	•		۰	•	•	۰	۰	٠	•	•		) 0	۰	•
•	۰	0	•				•	•	•	•	• •	۰	۰	•	•	0	۰	•	•	•	•	•	•	•	0	•	•	0	•	•	•			۰	0
۰	۰	•	•			۰	•	۰	٠	•	• •	۰	۰	•		•	•	۰	•	•	٠	•	۰	•	•	•	۰	•	•	•	•			۰	•
0	0	0	٠			٠	•	٠	•	•	• •	٠	•	•	•	۰	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	۰	•	•	•	•	٠	•	• •	•	٠	۰
	•							•			• •					•									•	•				•		• •	•		

JOINT DISTRIDUTION	A joint distribution of two random variables gives the prob of pairs of outcomes, one from each experiment, occuring together
Experiment: choose one of 5 objec	ts below (each has equal prob)
B=1 IF OBJET BLUE ELSE O C=1 IF OBJET CIRLLE ELSE O	G=0 B=1 C=0 1 5 15
$P(G=1) = \frac{3}{5}$ $P(C=1) = \frac{3}{5}$	More ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

•	•	•	
•	0	•	Note about when joint distributions exist:
•	•	•	There must be some way of pairing observations in one random variable to the other
•	0	0	There is a natural pairing here (joint distribution defined): X - temperature on a given day Y - number of hats people where on that day
•	•	•	On each day I observe some outcome x and some outcome y.
•	•	•	There is no natural pairing here (no joint distribution defined): X - temperature on a given day Y - outcome of a 6 sided die roll
•	•	•	not quite sure how to pair a temperature x with a six sided die roll y not well defined
•	0	0	
•	•	•	

MAGINALIZE	Marginalization is the process of removing one (or more) variables from the joint distribution. It yields a distribution over the remaining variables.
Given the joint distribution is blue?	below, what is the distribution of B, the event the chosen object $\mathcal{P}(\mathcal{B})$
C=0 1/5 1/5	P(B=0) = P(D=0 C=0) + P(B=0 C=1)
C=1 15 15	$P(C=1) = \frac{15}{2} + $

٠	۰	٠	٠	۰	٠	۰	۰	۰		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠		۰	٠	۰	٠	۰	۰	۰	٠			۰	٠	٠	•	•	۰	•	۰	۰	۰	٠	•	•	۰	٠	0
٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	۰	۰	۰	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	۰	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	•	•	٠	•	۰	٠	٠	•	•	٠	٠	٠
٠	۰	•	٠	0	۰	۰	۰	0	۰	0	۰	۰	0	0	•	۰	٠	٠	0	0	۰	٠	0	0	0	۰	٠	٠	•	٠	0	0	•	٠	۰	0	0	0	٠	0	•	۰	٠	۰
•		•		0		0	0	0		0	0	0	0	0	0	0		٠	0	0		•	0	0	0		٠	۰	0	0	0	0	•	•	0	0	0	0	۰	0	•		•	0
•	•	0	۰	•	•	۰	۰	•		Ň	٨	•	•		•	۰				•	0	Ś			•	0	0		۰	0		0	•	•	•	•			•		•	0	•	0
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	Ŋ	JN	À	ĹG	D.4	Ņ	Ą	ر ا	Z	K	Ti	0)	J		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•
•	•	•			•	•	•	•							•	•			•	•	•			•	•	•			•		•		•	•	•	•		•	•	•		•	•	•
																																							•				0	
		0		0			0	1		0			0	0	0	0			0	0	•	•		0	0				•			•	•	•	•	0		0	•	0			•	•
•		•	•	0		-{	7	<i>[</i> .	. r	٠	•		•	•	•			~	•		-{		ſ		0	•			<u>.</u>	1		•	•	•	•	0	•	•	•	0	•	•	•	٠
•	•	٠		•	•	-{			χ	2	x	•	•	IJ		٠		7		٠		Κ.	[·]	X	= X	۲. <sub>1</sub>		ŀ		l	•	0	•	•	•	•	٠	٠	•	•	•	0	•	٠
•	٠	۰		0	٠			Ŀ	•	۰	٠	]	0	0	•	•		-		•	٠	•	1	_	0		•	•	٠	•		0	•	•	۰	0		0	•	0	•	0	•	٠
•	•	۰	•	0			0	0		0	۰	•	0	0	0	0	•		l.	0	۰	•	0	0	0	۰	٠	۰	۰	•	0	0	•	•	•	0	•	0	۰	0	•	0	•	۰
۰	٠	۰	۰	•	٠	٠	۰		٠	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠	ŀ	•	٠	۰	۰		•	٠	٠	٠	٠	۰	•		•	٠	۰		۰	۰	۰	۰	•	0	۰	۰
•	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰	٠	۰	•	۰	٠	٠	•	۰	۰	۰	•	0	0	•	۰	٠	•	۰	٠	•	•	•	•	٠	0	•	•	۰	0	•	•	۰	۰
•	۰	۰	•	0	۰	۰	۰	•	۰	۰	۰	۰	0	0	۰	۰	•	•	•	۰	۰	•	0	0	0	٠	•	•	۰	•	0	•	•	•	۰	0	•	•	۰	0	•	•	۰	۰
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•
•		•				•				•	•				•				•	•	•			•	•					•	•		•	•				•	•	•		•	•	•
		•				•				•	•				•					•					•				•		•		•						•				•	•

		\	Ň	D <i>e</i>	5	Q	E	N	0	E	N	C	E				•		•	•	•	•		,	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•
	•	•	•			•	•			•					•	۰	٠		•	٠	٠	٠			•	۰	٠	٠	۰			•	٠	٠	•	•	۰	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	۰			•	٠
•	0	0	In	tui	tiv	e	De	əfi	nit	tic	n:	,	•	0	•	0	•		•	•	•	0		2	0	0	0	•	•		0	•	•	•	0	•	0	0	•	•	•	0	0	0	•		2	•	0
•	•	•	W	e s	sa	y   '+ ;	tha	at	tw	0	R	ar	1d	or	n th	Va	ari	at	ole oc	es	a	re	e Ir f t		le	pe	ene	de	ent	: if	0	bs	eı	rvi	ng	l th	ne	ol	utc	or	ne	• 0	fε	eith	າຍ	r	2	•	0
•	•	•	ut		。 。	נו		01		u	50	аD	.0	u		e	01	u	÷		ie ie	0	1 L			<i>.</i>	ie	•••	•			•	•	•	0	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•			•	•
0	0	0	In X Y	de = % =	pe sto	en ocl	de k r m	ent ma nai	t F ark ny	la ke p	nc t % ec	lo % p	m in le	V cr w	ar ea er	ial Ise	blø e ( w	es on ea	ari	a.g ing	giv g.k	rer Slu	n c Je	da s	iy ho	). De	S.	@	8	A	M	in	B	08	to	n	on	Sa	am	1e	da	ay	0	•	•		2	•	0 0 0
•	•	0	D X Y	oqe ۱ = ۱ =	en nu wh	nde Im	en be the	t f er er	Ra of th	n p al	do oii te	m nt: ea	. V s :	/ar sc	ria or vo	bl ec n	es 1 t th	s by e	b ga	an	sk	et	ba	all	te	a	m	in	a	g	ar	ne	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	0	0	•	0	0	0	•	0	•	0 0 0 0	•	•	•	2 2 2	•	•
•	•	•	0	•	•	•	•		0	0		1	•	•		•	•		•	•	•	•			•	0	•	۰	0			•	•	۰	•	•	0	•	0	•	0	0	•		0			•	•
•	•	۰	0	•	•	•	۰	0	0	۰			•	0	۰	٠	۰		•	٠	٠	۰			0	•	۰	٠	•			•	٠	۰	0	۰	0	۰	0	۰	0	0	۰	•	0			•	۰
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•

INDEPENDENCE	
Algebraic Definition:	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
X, Y ARE INDEPENDENT	RANDOM VARIABCES ,F,
FOR ALL OUTCOME	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
P(X=x Y=y) = F	)(X=x) P(1=y) X
PROB OUTCOMES ) MAPPEN TOGETHER	PRODUCT OF PROB OF EACH OUTCOME MADDENING

	•	•				٠	•	• •		0	0	0		•	0	•	• •	•	•				•	• •			۰	•			•	0	•	•	•	۰				•	•
	•	•	•		٠	•	•		•	٠	•	•	•	•	•	•		٠	•	•		•	•	• •	•	•	•			•	•	•	•	•	0	•	0	•	•	۰	0
	•	0	•	•	٠	٠	•			۰	•	•	•	٠	•	•	• •	٠	•			•	•	• •	۰	٠	•			•	•	•	0	•	0	۰	0	•	•	•	0
	•	0			•	۰	•			•		•		•			• •	0	•				•	• •		•	•				•	•	0	•	0	•	0	•		•	0
	•		•	•	•	•	•	• •		۰		•	•	•	•	•	• •	•	•			•	•	• •		•	•	•			•	0	•			۰		•			•
•	•	0	•	•	0	•	•	• •		۰	0	0	•	•	0	0	• •	۰	0	0		•	•	• •	0	•	•	•		•	•	•	•	•		۰		0	0	•	0
٠	٠	0	•	•	٠	•	•	• •	•	٠	•	•	•	٠	٠	•	• •	٠	•	•		•	•	• •	٠	٠	•	•	٠	٠	•	•	•	•	٠	٠		•	٠	٠	•
•	۰	0	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	٠	•		• •	•	•			•	•	• •	•	•	•	•		•	•	•	•	•	۰	•	۰	•		٠	•
•	0	0	•	•	0	•	•	• •	•	۰	0	0	•	•	0	0	• •	۰	0		•	•	•	• •	0	•	•	•	•	•	•	•	0	•	0	•	0	0	0	•	0
	۰	•	۰	•	•	۰	•	• •		۰	•	۱.		۰		•	• •		•	۰	-	-	٠	• •	•	•	•	•	٠		•	0	•	٠	٠	۰		•	•	•	۰
	٠	0	٠	•	0	۰	•	• •	•	۰	•	·	-1	う	と		<u> (</u> 17	5	•	0	Ç	Γ.	٠	• •	0	۰	۰	٠	٠	۰	•	•	0	•	0	۰	0	•	0	0	0
۰	۰	۰	•	•	0	٠	•	• •		۰	۰	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	•	• •	•	٠	٠	•	•	•	٠	•	•	•	۰	۰	٠	٠	٠	۰	۰
•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	0	•	•	•	•	•	•	• •	Ē	- 7	LP	EL	.TF	אדו	00	2	0	•	•	•	•	•		•	\	•	•	•	•	•	•	0
•	•	0 0	0	0	0 0	•	•	• • • •	0	0	0	0	•	0	0	0	• •	Ę	5	P	EC	. <b>T</b> F	+TI	00	2	•	0	•	0	•	0	0	?	I	•	•	0	0	0	•	0
0	0 0 0	0	0	0	•	•	•	• • • •	0	0	0	0	0 0 0	0	0 0 0	0	• •	Ē	5		EC	. <b></b>	י דו י	01	2	0 0 0	•	0	0	•	م	。 。			0	0	0 0 0	0	0	0	0 0 0
0 0 0	0 0 0	0	•	•	0	0	•		0 0 0	0	0 0 0	•	•	0 0 0	•	0 0 0	• •	6	5		EC	-TF	<b>}</b> TI	00	2	0	0 0 0	•	•	•	0 (	•			0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0	•	0 0 0
0 0 0	0 0 0	•	•	•	0 0 0	0 0 0	•		•	0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0	0 0 0 0	• •	6	57	• • •	EC	-TF	<b>ידו</b>	00	2.	0 0 0	•	0 0 0 0	•	•		•			•		0 0 0 0	0 0 0	•	•	0 0 0 0
0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	• • • •	•	0 0 0 0	0 0 0 0	• • •		0 0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0	•	• • •	Ĕ			Ē	.TF	<b>}T (</b>	00	<b>.</b>	0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0		•		D D	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0	0 0 0 0
0 0 0 0	0 0 0 0 0	0 0 0 0	• • • •	•	•	0 0 0 0 0 0	• • •		•	• • • • •	0 0 0 0	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0	• • • • • • • • •			· · ·		<b>.</b>	• • • •		<b>.</b>	0 0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0 0	•					0 0 0 0 0	• • • •	0 0 0 0 0		0 0 0 0	•	0 0 0 0 0
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	0 0 0 0 0	0 0 0 0	•	0 0 0 0 0	•	0 0 0 0 0 0			• • • • •	0 0 0 0 0 0		• • • •	• • • •	0 0 0 0 0 0		•						<b>.</b>	<b>}T</b>		· · · ·	0 0 0 0 0 0				• • • • • • •		•			0 0 0 0	• • • • •	0 0 0 0 0		0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
•	•	。 。 。 。	•	。 。 。 。	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •		。 。 。 。 。	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	•	• • • •	0 0 0 0 0	•	•		Ē		· · · ·			<b><u></u></b>				0 0 0 0 0 0	• • • • • •		•					。 。 。 。	•		•	•	0 0 0 0 0	• • • • • •

GOAL USE LINEARITY OF EXPERTATION TO FIND EXPERTED VALUE/ VARIANCE OF ADDITION/MULTIPLILATION OF
DANDOM VARIABLE X AND CONSTANT C
E[X+C] = E[x]+C $VAR(x+C) = VAR(x)$
$E[cx] = CE[x]$ $Van(cx) = C^{*}Van(x)$

GOAL USE LINEARTY OF EXPERING	INTION TO	FIND E	Expected OF
DANDOM VARIABLE X AND	DANDOM	VARIAD	NEN V
E[X+Y] = E[x]+E[x]	JAR(X+		r(x) + Jac(y)
0=(+) MAR 0= (x) MAR (x+1)=0		Assomes	KDEOENDENKE
12 -1 1 0 SINCE X14 12 1 -1 0 SINCE X14 DEPENDENT	۲	· · · · · · ·	· · · · · · · · ·

 $VPR(x+y) = E[(x+y)^{2}] - E[x+y]^{2}$  $= E\left[x^{2}+\partial x^{2}+y^{2}\right] - \left(E\left[x\right]+E\left[x\right]\right)^{2}$  $= i \left[ x^{3} \right] + \partial E \left[ x^{1} \right] + E \left[ x^{2} \right] - E \left[ x^{2} \right] - \partial E \left[ x \right] E \left[ x^{2} \right] - E \left[ x^{2} \right] = i \left[ x^{2} \right] - i \left[ x^{2} \right] = i \left[ x^{2} \right] - i \left[ x^{2} \right] = i \left[ x^{2} \right$ =  $VAR(x) + VAR(y) + \partial (E[xy] - E[x]E[y])$ - IF XY INDEP ASSUME = VAR(x) + VAR(Y) E[XY] = E[X]E[Y] (NEXT SUDE)

ASSOME X, Y	INDEPENDENT
$\left[ E \sum_{x \neq 1} \right] = \Xi$	2 X-Y Q(X=x Y=1)
HERE = E	$\times P(x-x) ( \leq y P(y-y))$
	$z \times P(X=x) \in [1]$
= t	[x] E[r]

•	IC	Α -	1:	•	•	•	•				•	•			+											•	•	• •	•								•		•				٠	•
•	In W	ter hic	rm ch	is c va	of e Ilue	exp es-	ec are	tat e th	tior ne :	n a sa	anc me	ל v פ, י	ari wh	an icł	ce 1 a	, e re	xpl big	laiı gge	n h er/s	ow sma	/ ea alle	ach er?	זס ר W	f th /hy	erf ∕?	ollo	wi	ng a	are	sin	nila	ır/	dif	fere	ent	t.	•	•	•	•	•	•	•	•
•	Xi	is a	a."	'co	oin	flip	)":	P()	X=(	D)	≓.	5,	P(	X=	:1)	=.	5	•	•	•	•	•	•	0	0	•	•	• •	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	0	0	•	•	•	•
•	- ti K <sup>ti</sup>	ne ne ne	"a av av	ver ver	era rac rac	ge je o je o	" o of " of "	f 1 10 10(	co co 0 c	in in oii	ʻfliq flip n fl	p 5 lip	0	•	•	0	•	\{	<b>N</b>	×	, .					r X		+	\].	0	r X	ور د	•	•	•	•	•	•	Y	( )	. 7	ζ	•	0
						•					•	•	•	•	•	•				•				•	•	•	0	• •	•	•	0	-		•	•									•
•	Fir ex	rst, pe	, bi ecta	uil ati	d a on	an i fo	intı rm	uiti ula	on ae	. I to	lf y ex	ou pli	ı ge içit	et s ly c	stu cor	ck np	(oi ute	r fe ə th	el ne	co exp	nfic pec	der cte	nt ii d v	n.y al /	ou / va	r in aria	tui nc	tion es ț	), u pelc	se W.	the	lir •	iea	rity	/ .0	f.	•	•	•	•	•	•	•	•
•	Fir ex	rst, pe	, bi ecta	uil ati	d a on	an i foi	intı rm	uiti ula	on ae	. I to	lf y ex	ou pli	i ge icit	et s ly d	stu cor	ck np	(oi ute	r fe e th	el ne (	ext ext	nfic pec	der cte	nt ii d v	n y al /	ou / va	r in aria	tuit nco	tion es t	), u pelc	Se W.	the	lir	nea	rity	/ .0 <sup>°</sup>	f.	•	0	0	0	•	•	•	•
•	Fir ex	rst, pe	, bi ecta	uil ati	d a on	an i fo	intı rm	uiti ula	on ae	. I to	lf y ex	ou pli	i gi	et : ly (	stu cor	ck np	(oi ute	r fe e th	el ne	ext	nfic Dec	der cte	nt ii d v	n.y al /	'ou / va	r in aria	tuit nco	tion es t	), u pelc	se w.	the	lir	iea	rity	/ .0	f .	0	0	0	0	0 0 0	0	0 0 0	0
• • • •	Firex	rst, pe	, bi ecta	uil ati	d a on	an i foi	intı rm	uiti ula	on ae	. I to	lf y ex	pli	ı ge icit	et s ly d	stu cor	ck np	(or ute	r fe e th	el ne	ext	nfic oec	der cteo	nt ii d v	n.y al /	ou / va	r in aria	tuit nc	tion es t	), u )elc	se i w.	the	lir	iea	rity	/ .0 <sup>°</sup>	f .	•	0	0	0	0	•	•	•
• • • • • • •	Firex	rst, pe	, bi	uil ati	d a on	an i foi	intı rm	uiti ula	on	. I to	lf y ex	pli	i ge	et s ly d	stu	ck np	(ol	r fe e th	el ne (	ext	nfic oec	der cte	nt ii d v	n.y al /	ou / va	r in aria	tuit nc	tion es t	), u: belc	Se W.	the	lir	iea	rity	, O	f .	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	•	•
• • • • • • •	Firex	rst, pe	, bı ecta	uil ati	d a on	an i fo	intu rm	uiti ula	on	. I to	lf y ex	pli	i ge	et s ly d	stu	ck np	(oi oute	r fe e th	el ne d	ext	nfic	der cte	nt ii d v	n.y al /	You / va	r in aria	tuit nc	tion es k	), u: )elc	se w.	the	lir		rity	• • • • •	f .	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0 0	•	•	•	0 0 0 0
• • • • • • • • •	Firex	rst, pe	, bi ecta	uil atio	d a on	an i fo	inturm	uiti ula	on	to	lf y ex	ou pli	i ge icit	et s ly c	stu	ck np	(o) ute	r fe e th		ext co	nfic	der	nt ii d v	n.y al /	ro.u / va	r in aria		tion es k	), u: belc	Se W.	the	lir		irity.	/ .O	f .	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0	• • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	•	• • • •
• • • • • • • • •	Firex	rst, pe	, bi ecta	uil ati	d a on	an i foi	intı rm	uiti ula	on	to	lf y ex	pli	i gi	et s ly d	stu	ck np	(or	r fe e th		ext	nfic	der	nt ii d v	n.y al /	rou / va	r.in aria		tion es t	), u belc	se w.	the	lir		rity.	<b>, 0</b>	f	• • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • •	•	• • • • • •	• • • • •
• • • • • • • • • •	Firex	rst, pe	, bı ecta	uil ati	d a on	an i foi	intu rm	uiti ula	on	to	lf y ex	pli		et s ly d	stu	ck np		r fe e th		ext	nfic	der	nt ii d v	n.y al /	YOU / Va	r in aria		tion es t	), u: )elc	se w.	the	lir		rity		f	• • • • • •	0 0 0 0 0 0 0 0 0					• • • • • • •	• • • • • • •

X 15 Cons FUP  $E[x] = \underbrace{\underset{x}{\neq}}_{x} P(x) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2}$  $= \frac{1}{2}$ P(x=0)=.5P(x=1) =.5  $E[x^{3}] = Z_{x} r^{2} P(x) = 0^{3} l_{3} + 1^{3} l_{3} = l_{3}$  $JAR(x) = E[x^{3}] - E[x]^{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}^{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac$  $\left[ E[x] = 1 \right] = 14$ 

$E[1 _{\partial X_0} + 1 _{\partial X_1}]$	= E['l>xo] + E['l>xi]
	= 1/2 E[x0] + 1/2 E[x]
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	= 1/2 E[x] = 1/2 E[x] = E[x]
> Expe	LTED VAL OF AVERAGE OF
N com	FLIPS DOESN'T CHANGE W/ N

 $VAR(1/2 \times 0^{+1}/2 \times 1) = VAr(1/2 \times 0) + VAr(1/2 \times 1)$ = 1/4 VAR(~)+1/4 VAR(~)  $= \frac{1}{2} \operatorname{NAR}(x)$  $VAR\left(\frac{1}{N}X_{0}+\frac{1}{N}X_{1}+\ldots+\frac{1}{N}X_{N-1}\right)=\frac{1}{N}VAR(x)$ > VARIANCE OF AVERAGE OF N CON FLIPS GETS CLOSER TO O AS N INCROME

APPLICATION of LINEARITY OF EXPECTATION LET XI BE RV. OF FAIR CONS FLIP: P(X=1)=1/2 and P(X=0)=1/2Egen X: . S NDEPENDENT - COMPSTE E[X] JAR(X) KI  $\rightarrow$  compute  $E\left[\frac{X_1+X_3+X_3}{3}\right]$  VAR $\left(\frac{X_1+X_3+X_3}{3}\right)$ - COMPUTE E [ ZXI/N] VAR ( ZXI/N) CTOTAL WINFLIPS

٠	٠	٠		٠	٠	٠	۰		۰	٠	۰	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠		٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰		٠	٠	٠	٠	٠	٠
*	۰		0	•	۰	٠	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	0	٠	٠	۰	٠	٠	۰	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•	•		٠		٠		٠	۰	•	•	•	۰	۰
*	۰	٠	•		٠	۰	•	•	•	٠	۰	٠	٠	٠	٠	0	٠	٠	۰	۰	٠	٠	•	۰	•	٠		•	۰	•	•			٠	٠	٠		٠	•	•	•	•	۰	۰
•	•		0	•	•	•	0		0	0	0	•	0	۰	0	0	۰	0	0	۰	•	0	0	0	0		•	0	•	0	•	•	•	•				0	•	•	•	•	0	•
	•	•	0	•	•	۰	0		0	0	0	•	0	۰	0	0	۰		0	۰	۰	0		0	0	•	•	0	•	0	•	•	•	•	•			0	•	0	•	•	0	۰
	•	٠	0	•	•	۰	•	0	0	۰	۰	٠	•	٠		•	٠	۰		٠	٠	•	•	•	0	۰	•	0	۰	0	•	•		٠	٠	۰		۰	•	0	•	•	•	٠
*	۰		•		۰	٠	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠		).	÷	•	٠	`	٠	0			•	٠	•	•	٠	•	•	•	•	٠	٠	٠		٠	۰	•	•	•	۰	٠
	•	۰	•		۰	۰	•	•	•	٠	۰	٠	٠	٠	ſ		T	ખ	DN	J.	٠	L	16	,	O	•		•	۰	•	•			۰	۰	۰		۰	•	•	•	•	•	۰
	•		•		•	•	•	•	•	۰	•	٠		۰	•	-	<sup>1</sup>					•	0	•	0			•	•	•				0				•	0	•	•		•	
	۰	۰	•			۰	•	•	•	۰	۰	٠	•	۰	۰	•	٠	۰		0	•	•	•	•	•			•	۰	•	•			•	•			•	۰	•	•		•	۰
٠	٠	٠	•	٠	٠	۰	0	۰	۰	۰	0	۰	•	- 1	•	A١	ン	٠	C	)Ę	•	•	Ŀ	A.	<u><u></u><u></u></u>	Ś		•	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	۰
•	٠	٠	۰	•	٠	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	•			•	٠	0	0	٠	٠	•	۰	۰	۰	•	•	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	٠	•	٠	۰	٠	٠	•	•	٠	٠
	٠	۰	•	•	٠	۰	•	۰	•	۰	۰	۰	•	٠	۰	۰	•	<u>\'</u>	٢.	\ •	م	<u> </u>	o.	Ċ	۰			۰	۰	۰	•	•	٠	٠			٠	•	٠	۰	•	٠	۰	۰
•	•	•	•		•	۰	0	•	•	0	•	۰	•	۰	0	•			J.'		પ	て	λC	)				•	۰	•	•			•				0	•	•		•	•	۰
	۰	•	•	•	•	۰	0	•	•	0	0	•	0	۰	0	۰	•	0	0	۰	•	0	•	•	۰			•	۰	۰	•	•	•				•		۰	•	•	•	۰	۰
٠	٠	٠	۰	•	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	۰	٠		0	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠
*	٠	٠	۰	•	٠	٠	۰	۰	٠	٠	۰	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	٠		٠	٠	۰	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	•	٠	٠	۰
	۰	•	•		۰	۰	0	•	•	0	•	۰	•	۰	۰	۰	۰		0	۰	۰	•	۰	۰	•			•	۰	•	•		•	۰			۰		۰	۰	•	۰	۰	۰
	۰	•	•		0	۰	•	•	•	۰	•	۰	•	۰	۰	۰	۰			۰	۰	•	•	•	•	0		•	•	۰	•			0	•			•	۰	۰	•	۰	•	۰
٠	٠	٠	•	٠	٠	۰	0	۰	۰	۰	0	۰		۰	۰	۰	۰	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		٠	٠	٠	٠	٠	۰
٠	۰	٠	•	٠	٠	٠	۰	•	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰	۰	٠	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	۰	۰	٠	•	۰	٠
	٠	٠	٠		٠	۰	۰	٠	٠	٠	۰	•	٠	٠	٠	۰	۰		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	٠		۰	۰	٠	•		٠	٠	٠	۰	٠	۰	٠	•	•	٠	۰	۰

· · · · · · ·	LANS	of Lance	Numbe	ins in	<b>d " · · · · · · · · · ·</b>	0 0 0 0 0 0
· · · · · · ·			DENTICALL	V DISTRI	BUGEO	• • •
	vens N Random	J ARIABLES	Xí	Au xi	HAJE SAME EXPE VALJE	
CHANLES		Xi Gers	CLOSER	το <i>Ε</i> [	x] As	· · · ·
ARE		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	INCREASE	5	· · · · · · · · ·	• • •

Law	LARGE N	JUNBONS P	700F C.VEN VAR(X+Y)	(x, y) indep ) = $VAR(x) = V$	aly)
VAR	$\left(\frac{1}{N} \leq x\right)$	$=\frac{1}{N^{2}}\left(V\right)$	AR XI + VAR	X3 + JAQ X	
	· · · · · · · · · ·	(vaele	(x)= c var(x)	X: HAJE SA	me Var
Notices	AS N JARIANUE		J JAR(x))		[X]:E[X]
Gotty J	F LANS OF	$=$ $\frac{1}{N}$ $\sqrt{A}$	a(x)		

ICA 2: Build-a-nomial	× = (	• • •	0 0	• •	•
A "bent" coin turns up tails 60% of the time. If it is flipped 10 times	HE	105	0 0	• •	•
<ol> <li>What is the probability that it comes up heads 10 times?</li> <li>What is the probability that it comes up tails 10 times?</li> <li>What is the probability that it comes up tails exactly 9 times and then heads (in the 3.5What is the probability that it comes up tails 9 times and heads once (in any order 4. What is the probability that it comes up tails exactly 5 times?</li> <li>What is the probability that it comes up tails exactly n times?</li> <li>What is the probability that it comes up tails exactly n times?</li> <li>What is the probability that it comes up tails exactly n times?</li> </ol>	nat order)? er)?		<ul> <li>.</li> <li>.</li></ul>	<ul> <li>.</li> <li>.</li></ul>	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	0 0 0 0	• • •	• •	• •	•
(i) P(xo=1 X1=1 X3=1 X3=1 Xq=1		• • •	• •	• •	•
$P(x_0=1) P(x_1=1) P(x_0=1) P(x_0=1) \dots P(x_0=1)$	(q = 1)	= .	{ <sup>'0</sup>	0 0 0 0	0
0 <sup>1</sup> . ©	• • • • •	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0	• •	•

 $(3) P(X_{0=0} X_{1=0} ... X_{0=0} X_{0=1})$   $= P(X_{0=0}) P(X_{1=0}) P(X_{0=0}) P(X_{0=1}) = .6^{9} ..4$ (3.5)  $P(x_0=1) P(x_1=0) \dots P(x_q=0) = .4 \cdot .6^{9}$  $P(X_0=0)P(X_1=1)P(X_0=0)-P(X_0=0)=.4-.6^{9}$ P(1 HEADS 9 TAILS ANY DROER) = 10.4.6°

Ð	$\begin{pmatrix} 10\\ 5 \end{pmatrix}$	.65.4	5	  	· · · · ·	· · · ·	• •	• • • • • •	· · · ·	• •	
	ţ.	# WA	α-15 0 Λ 10	F C TOTA	2000 51NS	G	S	• • • • •	910	5	
5		.6 (1	6)	   	  	· · ·	• • • • • •	• • • • • •	· · · ·		) 0 ) 0 ) 0
· · · · · · ·		· · · · · · · ·		Binz	son.Al	· · · · ·	• •	• • • •	• • • •	0 0 0 4	) 0 ) 0
				• • • • •	• • • •	• • •	• •	• •	• • •	• •	

	٠	۰	۰	•	•	•	۰	۰	٠		۰				۰	٠	•			0	۰	۰	•	•	•				۰	0			۰	•	•	۰	•	٠	•	٠	•	•	•
٠	•	•	٠		•	•	•	•	•	٠	۰	0	•	•	۰	۰		•	•	۰	•	•	•	•	• •	•		•	•	•		•	۰	•		•	•	۰	•	•	•	•	•
٠	۰	•	٠	٠	۰	•		•	•	٠	۰	•	•	۰	۰	٠		•	•	۰	٠		•	•	• •	•			•			۰	۰	•		•	۰	•	•	•	۰	•	•
	•			٠		•		•			0	•	•	•		•				•	٠			•	• •	•						•	۰			•	•	•	•		•		0
	•		0	٠		•		•			۰	•	•	•	•	۰				•	٠			•	• •			•				•	٠	•		•	•	۰	•	-	•	•	•
٠	0	٠	۰	٠	0	"F	Par	am	netr	ric"	' di	stri	ibu	itio	ns	۰	۰	•	٠	٠	0	•	•	•	• •	•	•		٠	۰	٠	0	•	0	٠	٠	۰	•	0	٠	0	•	•
۰	•	•	٠	•	•	•	•	•		٠	۰	•	•	0	۰	۰			•	٠	۰	•	•	•	• •		•	٠	•	٠	٠	0	۰		•	•	•	٠	0		•	•	•
	0	٠		•	۰	÷	ar	e."	ten	npl	ate	э" с	dist	trib	uti	on	S.	lf y	ou	sa	tis	fy t	hei	r a	รรเ	imp	tio	ns	yo	u n	ee	d	٠	٠	•	•	٠	0	•	•	0	•	
	•	•		٠		0	nly	de	etin	er	bro	pe	rp	ara	am	ete	ers	an	d y	/00	Ir p	orol	ble	mc	can	Im	por	t tr	leii	•			۰	•			•	۰	•			•	٠
۰	•	•	۰	۰		٧V	eii	ຣູແ	lài	ea	ņe	i a	IVIC	זי <sup>ָ</sup> נ	0 I	nar	(è	qui	ÇΚ	an	lar	ysi	spi	٥g	ies	S!		•	•	•			٠	•	۰	•	•	•	•			•	٠
						р		- 1- 1			•																																
						– D	1013	SKII										•	•	•					• •																		
•	•	•		•	0	D -	ng s ma	skii tch	n/ev	val	ua	te	ass	sur	np	tior	าร	of a	a p	ara	am	etr	ic c	list	ribu	utio	n to	bа	giv	/en	n pi	rob	ler	m	•		٠	٠	۰	•	0	۰	•
•	•	•	0	•	•	D 	ma	tch	n/ev	val	ua	te	ass	sur	np	tior	าร	of a	a p	ara	am	etr	ic c	list	ribu	utio	n to	a	giv	/en	ı pı	rob	ler	n	•	0	•	0	0	•	•	•	•
•	•	0	0	0	0	D • •	ma		n/ev	val	ua	te a	ase	sur	np	tior	าร	of a	a p	ara	am	etr	ic c	list	ribu	utio	n to	a	giv	/en	ı pı	rob	ler	'n	•	•	0	0 0	0	•	0	•	•
0	0 0 0	0	0	0	0	D • •	ma	skii .tch	n/ev	val	ua	te a	ass	sur	np	tior	IS	of a	a p	ara	am	etr	ic c	listi	ribu	utio	n to	a	giv	/en	ı pı	rob	ler	'n	•	•	0 0 0	0	•	•	•	0 0 0	•
•	0 0 0	0 0 0	•	•	0	D 	ma	skii .tch	n/ev	val	ua	te a	ass	sur	np	tior	าร	of a	a p	ara	am	etr	ic c	list	ribu	utio	n to	) a	giv	/en	, , ,	rob	ler	n	•	•	0 0 0	0 0 0	0 0 0 0	•	•	0 0 0	0 0 0
•	0 0 0 0	• • •	0 0 0 0	•	0 0 0	D 	ma	skii	n/ev	val	ua	te a	ass	sur	np	tior	IS	of a	a p	ara	am	etr	ic c	listi	ribu	utio	n to	) a	giv	/en	i pi	rob	ler	n° • •	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	0 0 0	•
0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	• • • • •	0 0 0 0	<b>D</b> • • • • • • • • • •	ma		n/ev	val	ua	te :	ass	sur	np	tion		ofa	a p	ara	am	etr		list	ribu	utio	n to	) a	giv	/en	• • •	rob	ler	m° °	- 0 0 0	•	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0 0
0 0 0 0	• • • •	• • • • •	0 0 0 0	•	0 0 0 0 0	<b>D</b> • • • •	ma		n/ev	val	ua	te a	ass	sur	np	tion		of a	a p	ara		etr	ic c	list	ribu	utio	n to	) a	giv	/en	n pi	rob	ler	m <sup>°</sup>	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	0 0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	•	•	0 0 0 0	0 0 0 0 0
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • •	• • • •	• • • •	• • • •	• • • •				n/ev	val	ua	te :	ass	sur	np	tion		ofa	a p	ara		etr		list	ribu	utio	n to	) a	giv	/en	1 <b>p</b> i	rob	ler	<b>n</b>	- 0 0 0 0 0	- 0 0 0 0	0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	• • • •	•	•	0 0 0 0	- 0 0 0 0
• • • • •	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	• • • •				ma		ii: i/ev	val	ua	te a	ass	sur	np	tior		of a	a p			etr	ic c	listi	ribu	atio	n to	) a	giv	/en		rob	ller	m` · ·	- • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		0 0 0 0 0	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • •	• • • •	•	•	•

BENOULL DISTR. BUTION	•	• •		•	0	0	•	•••	•	•
HAS A BINARY SAMPLE SPACE	0	• •	• •	•	0	0	•	• •	•	•
$Q(x=1) = \rho$ $Q(x=0) = 1-\rho$	•	• •		0 0 0	• • •	0 0 0	•	• • • • • •	0 0 0	0 0 0
COIN FLIP, SPORTS SHOT MADE	0 0 0	• •		•	•	0 0 0	•	• • • •	0 0 0	•
EVENT MAPPEN'S DOESN'T MAPPEN	•	• •		0 0 0	0	0 0 0	0 0 0	• • •	0 0 0	•

BINOMIAL DISTRIBUTION	DISCRETE POSICIJE
SOM OF N INDEDENDENT IDENTICALLY DISTRIBUTED BINARY R.V.S MILLE	
$\beta_{k} P \left( n, \kappa, p \right) = \begin{pmatrix} n \\ \kappa \end{pmatrix} p^{k} \left( 1 - p \right)^{n-k}$	Examples: Flip a coin N times, how many coins are heads?
Pros Earl TRIAL	Take N shots, how many goals have you made?
$E[b] = p \cdot \eta \qquad Var(b) = p(1-p) \eta$	Guess a new randomly drawn card N times, how many correct?

Probability that N events occur in a given period of time. Assumes each event occurs independently of how recent the last event occured.

DISTRIBUTION

Examples: - customer arrival in store

POISSON

- cars arriving at traffic light
- failure rate of windshield wipers (in all of Boston).
- bike accidents in a typical day

OBERNED NUMBER OF EVENCY IN GIVEN PERIOD

of time

DiseRETÉ, PosiTINE E[x]= > VAQ(x)= >

NUMBER OF

CHENT?

A PEQUOD of

TME

LATE:

THP.CAL

DISCOUPLED AS"

 $X - Pois(\lambda, k) = \lambda^{k} e^{-\lambda}$ 

3

ICA 3	3:		۰	۰	٠	٠	٠	٠	۰	۰	۰	0	0	۰	0	۰	۰	۰	۰	۰	0	0	٠	۰	•	۰	۰	۰	۰		۰	0	۰	۰	0	۰	۰	0	۰	0	٠	0
For e	ach	of	the	pro	bl	em	is k	bel	ow	/:-	•				•			•	•		•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0
- GIV - Sta	e the te ar	e m ny a	iost asși	ap Jmj	pro ptic	opr ons	iat s in	e p i th	e c	am cor	ieti ite:	ric xt c	ais of tl	he	pro	ior obl	en 1 10	or e า	ac	n s	sce	na	rio	De	9101	N.	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
- Eva	luat wer	te th the	ne a e du	ISSI Ies	um tioi	n u	on sir	s, a iġ f	are the	e th e di	ey str	re ibu	as¢ Itio	ona n	abl	e?	D	0 9	γοι	u tr	ust	th	e n	00	let	?	0	0	•	•	0	۰	0	•	•	0	٠	۰	•	•	٠	0
• •	•	• •	•	۰	٠	٠	٠	÷	٠	۰	۰	•	٠	۰	•	•	۰	٠	۰	•	•	٠	٠	٠	٠	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	٠	٠	٠	۰	•	٠	0
A ca	sho	op t	ypio	all	y r	ера	air	s.3	m	uff	ler	s.a	da	ay.	Ŵ	'ha	ts t	the	pr	ob	ab	ility	y.th	iey	' re	ра	ir r	10	mι	Iffle	ers	or	ı a	giv	ver	י. ר	•	•	•	•	•	•
day?	0	• •	•	0	•	•	•	•	۰	0	0	•	•	0	•	•	0	•	0	•	•	•	•	0	•	0	0	0	•	•	0	•	0	۰	•	0	۰	۰	0	•	•	0
• •	•	• •	۰	۰	٠	٠	•	٠	۰	•	•	٠	۰	۰		٠	•	٠	٠	•	•	٠	٠		•	•	۰	•		٠	۰	۰	•	•	•	۰	٠	۰	•	•	٠	۰
Wha	t is tl	he <sup>.</sup>	prol	bab	oilit	ty tl	hat	t of	f 1(	00	ba	bie	st	oor	n i	n a	a m	nate	ərn	ity	wa	ard	, al	ll a	re	ma	ale	?	٠	٠	۰	۰	۰	٠	•	•	۰	•	•	•	۰	٠
• •	•	• •	٠	۰	٠	۰	•	٠	۰	•	۰	٠	٠	۰	•	٠	•	۰	۰	•	٠	۰	۰	0	•	۰	۰	۰		*	۰	٠	۰	٠	٠	۰	۰	۰	۰	٠	٠	۰
0 0	0	• •	•	0	•		•	•	۰	0		•	۰	0		۰	0	•	•	•	•	•	•	0	•	•	•	0		۰	•	۰	0	•	•	•	۰	۰		•	•	•
• •	•	• •	0	۰	•	•		٠	۰	•	0	۰	۰	•	۰		•	۰	۰	۰	۰	۰	۰	0	•	0	0	0	•	۰	0	۰	•	٠	•	•	۰	۰	•	•	•	0
• •	•	• •	۰	۰	۰	•	٠	•	٠	0	0	۰	٠	۰	٠	٠	0	۰	0	۰	۰	۰	۰	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	۰	٠	•	۰	۰	۰	•	•	•	٠
• •	•	• •	٠	۰	٠	٠	٠	٠	۰	۰	۰	٠	٠	۰	•	٠	۰	٠	٠	•	•	٠	۰	۰	•	۰	۰	۰		*	۰	٠	۰	٠	•	۰	٠	٠	۰	٠	٠	۰
0 0	•	• •	۰	•	•		•	•				•	0	•		۰		•	•	•	•	•	•	0	•	•	0	•		٠	•	0	•	•	•	۰	۰	•		•	•	0
0 0	•	• •	•	0	•		۰	•	۰	0	0	۰	0	0		۰	0	0	0	۰	۰	۰	•		•		۰	۰	0	۰		0	0	۰	•	0	۰	۰	0	•	•	۰
• •	•	• •	٠	۰	۰	•	٠	٠	۰	•		٠	۰	۰	۰	۰	۰	۰	•	٠	٠	٠	٠	0	۰	0	0	•			0	۰	۰	٠	•	۰	٠	٠	•	•	•	۰
• •	•	• •	٠	۰	٠	۰	٠	٠	۰	•	۰	٠	۰	۰	۰	۰	۰	٠	٠	•	٠	٠	٠	0	٠	0	0	0	۰	•	0	۰	۰	٠	•	۰	٠	٠	۰	•	٠	۰
• •		• •																•				•																				•

•	•	۰	•	•		۰	•	•	•	•	۰		•	۰	•	۰				۰	•	٠	•	•	۰	•		•	•	۰			•	۰	•	•		•	۰	۰			۰	•
٠	۰	٠	•	•	۰	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	۰	•	٠	۰	۰	•	•	٠	۰	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	۰	٠	٠	٠
٠	•	۰	0	•	•	•	0		•	•	۰		•	۰	0	•	0			•	0		۰	•	۰	•	•	•	•	•			•	•	۰	•	•	•	0	•	•	0	•	0
۰	0	۰	0	•	0	0	0	•	•	۰	۰		0	۰	0	0	0		0	0	0	•	۰	0	۰	•		0	0	0		•	0	0	۰	•	0	0	0	0	0	0	•	0
۰	•	0			•	۰	۰		•	0	۰	•	•	۰	٠	•				•	•		۰	•	0	•		•	•	•	•		•	•	0	•		•	٠	٠	•	•	۰	۰
٠	۰	۰	•	•	۰	٠	۰	•	•	۰	٠	۰	•	٠	٠	•	٠	٠		٠	•	•	٠	٠	۰	•	٠	٠	•	•	٠		•	•	٠	•	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٠	٠	٠	•	٠	٠	•	۰	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	۰	0	۰	٠	۰	۰	0	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	٠
۰	•	۰	0	•	0	•	0		•	۰	۰		•	۰	0	0	0			•	0	•	۰	•	۰	•	0	•	•	•			•	•	۰	•	0	0	0	0		0	۰	۰
۰	0	0	0	٠	0	0	0	٠	۰	(L	Jse	pr	ob	/ s	tat	s c	alo	cůľ	tor	ťò	rè۱	/iev	w)	0	0	•		0	0	0		٠	0	0	0	0			•	۰	0	0	•	0
۰	0	۰	0		0	•	0		•	-	۰	•	0	٠	0	0	0			•	0	•	•	0	۰	0		•	0	0			0	•	۰	•	•	0	0	•	0	0	•	۰
٠	•	٠	۰	٠	۰	۰	0	٠	۰	٠	۰	0	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	۰	٠	۰	٠	٠	۰	۰	•	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	•	•	۰	٠
٠	•	٠	٠	•	۰	٠	0	•	•	٠	۰	•	•	٠	٠	۰		٠	٠	۰	۰		٠	•	٠	•	٠	٠	•	•		*	•	٠	٠	•	٠	٠	۰	٠	•	•	۰	٠
۰	0	0	•		•	۰	0		•		•	•	•	٠	٠	•			۰	۰	•		٠	•	0			•	•	•			•	•	0	٠		•	٠	٠	•	0	•	0
۰	•	۰	•	•	•	•	•	•		۰	0	•	•	۰	0	0	0			•	0	•	۰	•	۰	•		•	•	•	•		•	•	۰	•		0	0	•	•	•	•	۰
۰	۰	٠	0	•	•		۰		•	•	۰	•	•	۰	0	0	0			0	0	۰	۰	•	٠	•		•	•	۰	۰		•	•	٠	•			0	0	•	•	۰	۰
۰	۰	۰	0	•	۰		۰		•	۰	٠	۰	•	۰	0	0	0			•	0	•	۰	۰	۰	۰		•	۰	۰	•	•	۰	•	٠	•		•	0	0	•	۰	۰	۰
٠	•	٠	•	•	•	٠	0	•	•	٠	۰		•	٠	٠	۰	٠		۰	۰	۰		٠	•	٠	•	•	٠	•	•		*	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	•	0	•	۰
۰	0	0	•		•	۰	0		•	۰	0	0	•	۰	۰	•			•	۰	•		۰	0	۰			•	0	•			•	•	0	•	•	•	۰	۰	•	0	•	۰
•	0	0	•		•	•	0		•	•	۰	•	•	0	۰	•	۰			•	•			•	۰	•		•	•	•	•		•	•	0	•	•	•	۰	•	•	0	•	۰
۰	۰	۰	•	•	•	۰	•	•	۰	۰	۰	•	۰	۰	۰	۰	۰			۰	•	•	۰	۰	۰	•	•	•	۰	•	•	•	۰	۰	۰	•	•	•	۰	۰	۰	•	۰	۰
٠	۰	٠	۰	٠	۰	۰	0	٠	۰	٠	۰	0	•	٠	٠	۰	٠	٠	٠	٠	۰		٠	۰	٠	۰	٠	٠	۰	۰	•	•	۰	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	•	•	۰	٠
																														•									•					•